Образовательный Центр "Лучшее Решение"
www.лучшеерешение.рф www.lureshenie.ru www.высшийуровень.рф
www.лучшийпедагог.рф www.publ-online.ru www.t-obr.ru

Прикладной проект

"Нахождение более быстрого или менее затратного пути от дома до школы с помощью комбинаторики"

Автор:

Литвинов Даниил

ученик 7е класса

МАОУ города Новосибирска

"Гимназия № 12"

Руководитель:

Громикова Светлана Васильевна

Введение

Актуальность исследования определяется успешным применением Комбинаторики и ее приложений в различных областях науки и других сферах. Проект имеет личную значимость, которая заключается в возможности овладения основными и нетрадиционными методами решения задач, а также возможности научиться использовать способы решения комбинаторных задач для определения наиболее быстрого и менее затратного пути следования из дома в учебное заведение.

Я являюсь учеником 7Е класса МАОУ "Гимназия № 12", живу в отдалённом районе города, дорога в гимназию занимает много времени и сил, а также требует материальных затрат, в связи с изложенным я решил исследовать комбинаторику в указанном направлении.

Объект исследования:

Транспортные развязки, ученики 7Е класса.

Цель исследования:

На основе теоретических знаний раздела комбинаторики показать, что при помощи Комбинаторики возможно провести исследование и разработать наиболее быстрый или менее затратный путь следования из дома в учебное заведение и назад.

Гипотеза: возможность определить с помощью комбинаторики наиболее быстрый и менее затратный путь следования из дома в учебное заведение.

Задачи исследования:

- собрать, изучить и систематизировать материал о комбинаторике;

- найти все возможные комбинации поставленной задачи.

Методы исследования:

- Работа с дополнительной литературой.

- Сбор и систематизация данных, с целью использования при расчете (опрос, анкетирование).

1. Понятие о науке «Комбинаторика»

Термин «комбинаторика» происходит от латинского слова «combina», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Комбинаторика – раздел математики, изучающий вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Задачу можно назвать комбинаторной, если ее решением является перебор элементов конечного множества. Особенность комбинаторных задач - вопрос, который можно сформулировать таким образом, что он начинался бы словами:

Сколькими способами…?

Сколько вариантов…?

2. История науки «Комбинаторика»

Еще в доисторическую эпоху люди столкнулись с проблемой выбора тех или иных объектов, расположения их в определенном порядке, нахождения среди различных расположений подходящих. Например, во время охоты необходимо было выбрать наилучшее расположение охотников, во время битвы – расположение воинов.

Комбинаторные задачи, касавшиеся перечисления небольших групп предметов, решали греки. Аристотель описал без пропусков все виды правильных трехчленных силлогизмов, а его ученик Арисксен из Тарента перечислил различные комбинации длинных и коротких слогов в стихотворных размерах. Живший в IV в. н.э. математик Папп рассматривал число пар и троек, которые можно получить из трех элементов, допуская их повторения.

В XVIII веке происходит расцвет арабской науки. Арабами были переведены многие работы греческих и римских ученых. Арабские алгебраисты, при извлечении корней, вывели формулу для степени суммы двух чисел, которая в истории математики известна нам под названием «бином Ньютона». Историки считают, что эту формулу знал поэт и математик Омар Хайам (XI–XII вв.)

Интерес к сочетаниям проявлялся и в Индии. В VII веке индийский математик Бхаскара в книге «Лилавати», изучая проблемы комбинаторики, писал о применении перестановок к подсчету вариаций размера в стихосложении, различных расположений в архитектуре и т. п. В его работе можно найти правила для отыскания числа перестановок и сочетаний нескольких предметов. При этом им также рассматривается и случай, когда в перестановках есть повторяющиеся элементы.

В результате развития торговли с Востоком в начале XII века арабская наука проникает в Западную Европу. В то время арабское учебное заведение окончил Леонардо – сын пизанского купца, торговавшего в Алжире. «Он написал книгу «Liber Abaci», которая вышла 1202 году. Леонардо получил прозвище Фибоначчи, он привел в систему всю арифметику арабов», некоторые сведения по геометрии Евклида и добавил к ним результаты своих изысканий. В работе Фибоначчи излагаются новые комбинаторные задачи, например, «об отыскании наименьшего количества гирь, с помощью которых можно получить любой целый вес от 1 до 40 фунтов». Леонардо уделял внимание и отысканию целых решений уравнений. Рассмотрение аналогичных задач в последствии привело к появлению количества натуральных решений систем уравнений и неравенств, имеющих право на рассмотрение как на одну из глав комбинаторики.

Существовавшие еще в глубокой древности азартные игры, получившие особенное распространение после крестовых походов, способствовали развитию комбинаторики.

Одним из первых занялся подсчетом комбинаций при игре в кости итальянский математик Тарталья. Он составил таблицу, которая показала, сколькими способами могут выпасть **X** костей. Но при этом не учитывалось, что одна и та же сумма очков может быть получена разными способами.

Со временем появились такие игры, как: нарды, карты, шахматы и шашки и т.д. В каждой из этих игр приходилось рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывал тот, кто их лучше изучил, знал выигрышные комбинации и умел избегать проигрышных комбинаций.

Дипломаты, так же использовали комбинаторику, стараясь применять цифры, основанные на комбинаторных принципах, с целью зашифровать свои тайные переписки.

Финальное завершение формирования комбинаторики - науки произошло уже в 18-м веке в Европе. Выдающуюся роль в этом сыграл знаменитый математик, физик, астроном и механик Леонард Эйлер, швейцарец, половину жизни проживший и проработавший в столице Российской империи.

В середине 20-го века комбинаторика оставалась еще новой, полной неизведанных перспектив, еще не изученной и не разработанной достаточно отраслью математики. Хотя к тому времени математики серьезно взялись за продвижение комбинаторной геометрии, доказали множество теорем, относящихся к данной отрасли, разрешили немало комбинаторных проблем, ввели в комбинаторику массу новых методов анализа.

На сегодня комбинаторика стала уникально полезным для человечества разделом науки. Она очень быстро развивается, и стала тесно связана с компьютерными системами. С ее помощью решаются практические задачи изо всех сфер мирового знания.

3. Методы решения комбинаторных задач

Методы решения комбинаторных задач очень сильно отличаются друг от друга, но все они могут быть использованы для получения ответа.

Способ 1. Перебор.

Одним из самых простых, но в то же время и самых долгих способов является перебор. При нем необходимо просто перебрать все возможные варианты решения, не составляя каких-либо схем и таблиц.

Как правило, вопрос в такой задаче связан с возможными вариантами происхождения того или иного события, например: какие числа можно составить с помощью цифр 2, 4, 8, 9? Путем перебора всех вариантов составляется ответ, состоящий из возможных комбинаций. Такой способ прекрасно подходит, если количество возможных вариантов сравнительно невелико.

Способ 2. Дерево из вариантов.

Некоторые комбинаторные задачи можно решить, только составляя схемы, в которых будет подробно указана информация о каждом элементе. Составление дерева возможных вариантов – еще один способ нахождения ответа. Он подходит для решения не слишком-то сложных задач, в которых имеется дополнительное условие.

Пример такой задачи:

Какие пятизначные числа можно составить из цифр 0, 1, 7, 8? Для решения понадобится построить дерево из всех возможных комбинаций, при этом имеется дополнительное условие – число не может начинаться с нуля. Таким образом, ответ будет состоять из всех чисел, которые будут начинаться с 1, 7 или 8.

Способ 3. Формирование таблиц.

Решение комбинаторных задач можно выполнить и с помощью таблиц. Они схожи с деревом возможных вариантов, поскольку предлагают наглядное решение ситуации. Для нахождения правильного ответа нужно сформировать таблицу, причем она будет зеркальной: горизонтальные и вертикальные условия будут одинаковыми.

Возможные варианты ответов будут получаться на пересечении столбцов и строчек. При этом ответы на пересечении столбца и строки с одинаковыми данными получаться не будут, эти пересечения необходимо особо пометить, чтобы не запутаться при составлении итогового ответа. Этот способ не слишком часто используется, многие отдают предпочтение дереву с вариантами.

Способ 4. Умножение.

Есть еще один способ, с помощью которого можно решить комбинаторные задачи, – правило умножения. Он прекрасно подходит в том случае, когда по условию не нужно перечислять все возможные варианты решения, необходимо просто найти их максимальное количество. Этот метод единственный в своем роде, им пользуются очень часто, когда только начинают решать комбинаторные задачи.

Пример такой задачи может выглядеть следующим образом:

6 человек ожидают экзамена в коридоре. Сколько способов можно использовать, чтобы расположить их в общем списке? Для получения ответа необходимо уточнить, сколько их может быть на первом месте, сколько на втором, на третьем и т. д.

3.1. Примеры решения задач

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух основных правил – правила суммы и правила произведения.

Если некоторый объект А можно выбрать **m** способами, а другой объект В можно выбрать **n** способами, то выбор объекта либо А, либо В можно осуществить **m + n** способами.

Если объект А можно выбрать **m** способами и если после каждого такого выбора объект В можно выбрать **n** способами, то выбор пары А и В можно осуществить **m • n** способами.

Задача 1

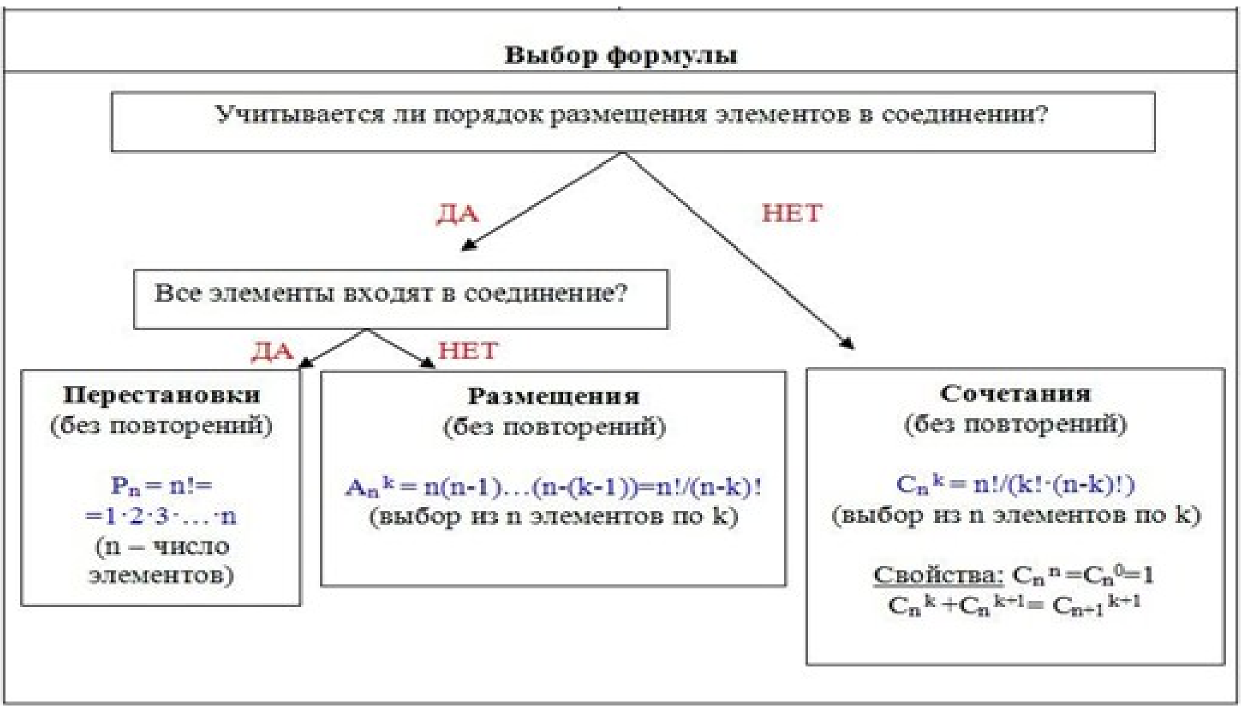
В магазине «Все для чая» есть 6 разных чашек и 4 разных блюдца. Сколько вариантов чашки и блюдца можно купить?

Решение:

Чашку мы можем выбрать 6-ю способами, а блюдце 4-я способами. Так как нам надо купить пару чашку и блюдце, то это можно сделать 6 • 4 = 24 способами (по правилу произведения).

Ответ: 24

Для успешного решения комбинаторных задач надо еще и правильно выбрать формулу, по которой искать количество нужных соединений. В этом поможет следующая схема.



Задача 2.

Найдите количество трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если цифры в числе повторяться не могут.

Решение:

Для выбора формулы выясняем, что для чисел, которые мы будем составлять, порядок учитывается и не все элементы одновременно выбираются. Значит, это соединение – размещение из 7 элементов по 3. Воспользуемся формулой для числа размещений: А73 = 7(7 – 1)(7 – 2) = 7 • 6 • 5 = 210 чисел.

Ответ: 210

Задача 3.

Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры разные, а номер не может начинаться с нуля?

Решение:

На первый взгляд эта задача такая же, как и предыдущая, но сложность в том, что надо не учитывать те соединения, которые начинаются с нуля. Значит необходимо из существующих 10-ти цифр составить все семизначные номера телефонов, а потом от полученного числа отнять количество номеров, начинающихся с нуля. Формула будет иметь вид:

А107 – А96 = 10 • 9 • 8 • 7 • 6 • 5 • 4 – 9 • 8 • 7 • 6 • 5 • 4 = 544 320.

Ответ: 544 320.

Задача 4.

Сколькими способами можно расставить на полке 12 книг, из которых 5 книг – это сборники стихотворений, так, чтобы сборники стояли рядом?

Решение:

Сначала примем 5 сборников условно за одну книгу, потому что они должны стоять рядом. Так как в соединении существенным есть порядок, и все элементы используются, значит это перестановки из 8 элементов (7 книг + условная 1 книга). Их количество Р8. Далее будем переставлять между собой только сборники стихотворений. Это можно сделать Р5 способами. Поскольку нам нужно расставить и сборники, и другие книги, то воспользуемся правилом произведения. Следовательно, Р8 • Р5 = 8! • 5!. Число способов будет большим, поэтому ответ можно оставить в виде произведения факториалов.

Ответ: 8! • 5!

Таким образом, успешное решение комбинаторной задачи зависит от правильного анализа ее условия, определения типа соединений, которые будут составляться, и выбора подходящей формулы для вычисления их количества.

4. Области применения комбинаторики

- учебные заведения (составление расписаний)
- сфера общественного питания (составление меню)
- лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв)
- география (раскраска карт)
- спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками)
- производство (распределение нескольких видов работ между рабочими)
- агротехника (размещение посевов на нескольких полях)
- азартные игры (подсчёт частоты выигрышей)
- химия (анализ возможных связей между химическими элементами)
- экономика (анализ вариантов купли-продажи акций)
- криптография (разработка методов шифрования)
- доставка почты (рассмотрение вариантов пересылки)
- биология (расшифровка кода ДНК)
- военное дело (расположение подразделений)
- астрология (анализ расположения планет и созвездий)

5. Практическая часть: нахождение более быстрого и менее затратного пути от дома до школы с помощью комбинаторики

В исследовании участвовали 20 учеников 7Е класса МАОУ «Гимназия № 12».

Согласно, проведенному анкетированию, основные пути следования до транспортной остановки «ДК им.Горького» проходят через транспортные остановки: ул. Учительская, пл. Калинина, Универмаг Калининский.

В исследовании участвуют транспортные маршруты, которыми пользуются ученики 7Е класса, по пути следования которых есть транспортная остановка «ДК им.Горького», к таким относятся:

Автобусные маршруты: 36,27,42,106,28,34,13,14,97,203,64,72

Маршрутное такси: 399,30,8,73,25

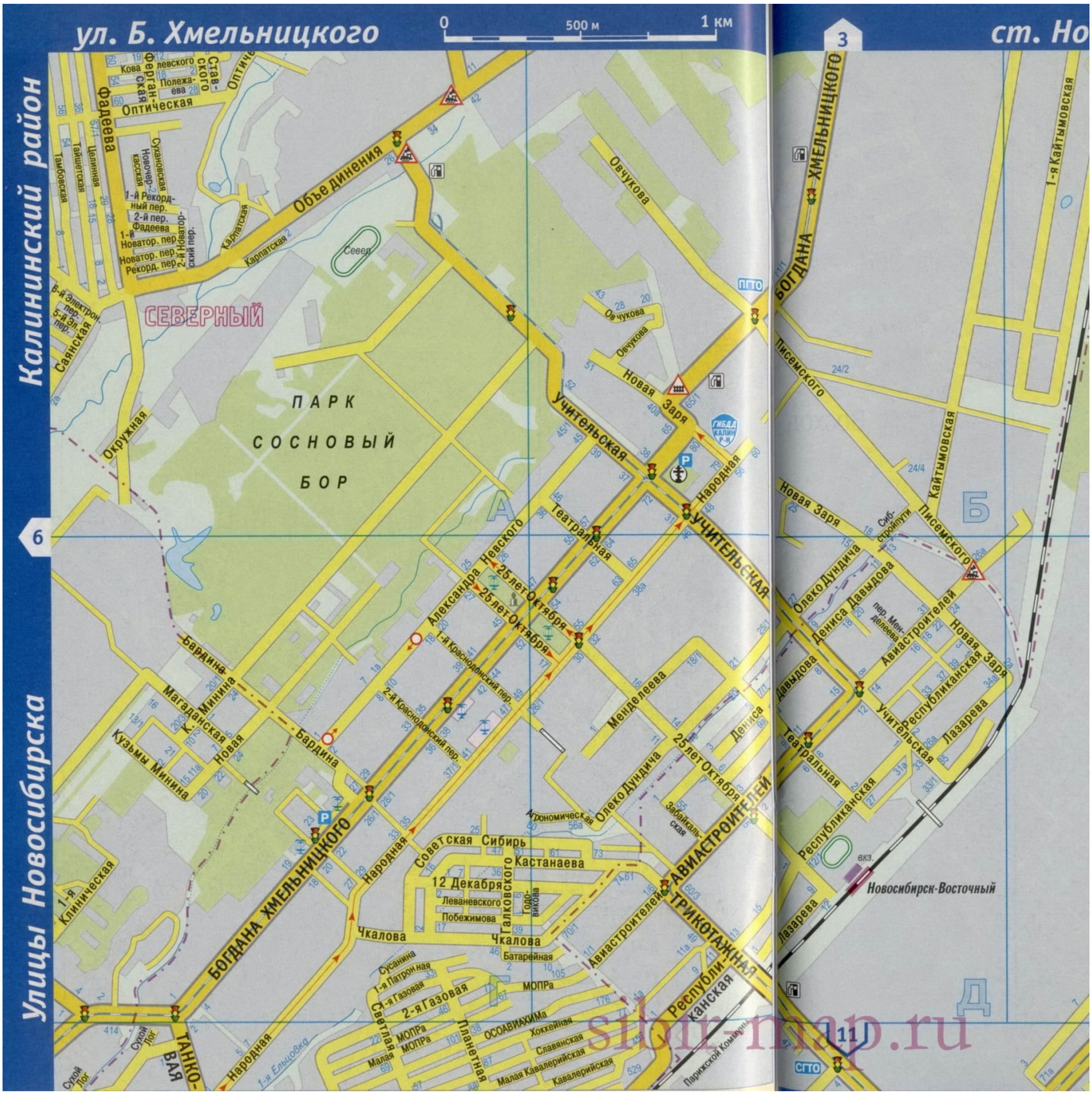
Троллейбусные маршруты: 13,24

Примерное время прибытия в МАОУ Гимназия №12 - 7:45

(Таблица 1)

Наименование транспортного маршрута	Интервал \ частоты движения по маршруту	Стоимость	Количество детей, которые пользуются указанным транспортом
Автобус №27	13мин.	22	1
Автобус №42	По распис.	22	1
Автобус №106	По распис.	22	1
Автобус №28	6мин.	22	1
Автобус №34	5 мин.	22	3
Автобус №13	9 мин.	22	1
Автобус №14	6 мин.	22	1
Автобус №97	9 мин.	22	1

Автобус №203	15 мин.	22	1
Автобус №64	7 мин.	22	3
Автобус №30	5 мин.	22	3
Маршрутное такси №399	10 мин.	30	1
Маршрутное такси №30	9 мин.	30	2
Маршрутное такси №8	10 мин.	30	3
Маршрутное такси №73	9 мин.	30	1
Маршрутное такси №25	5 мин.	30	1
Троллейбус №13	5 мин.	21	3
Троллейбус №24	5 мин.	21	2



1. **Маршрут следования 5 Микрорайон - Гимназия**

Автобус 189

стоимость 22руб.

ост.Учительская

Автобус28,34,97,64

Стоимость 22руб.

Итого:44руб

Маршрутное

такси 30,8,73 стоимость 30руб.

Итого: 52руб.

Троллейбус24

Стоимость 21руб.

Итого: 43руб.

Гимназия№12

Прямой маршрут

Автобус 28,34,97,64

Стоимость 22руб.

Гимназия№12

2.Маршрут следования Олеко Дундича – Гимназия

Автобус 189

стоимость 22 руб.

ост.Учительская

Автобус 28,34,13,14,97,

Маршрутное

Стоимость 22руб. **такси30,8,73 стоимость 30руб.**

Итого:44руб **Итого: 52руб.**

Троллейбус 13,24

Стоимость 21руб.

Итого: 43руб.

ГиназияNo12

Прямой маршрут

Маршрутное такси30

Стоимость 30руб.

ГиназияNo12

3.Маршрут следования пл. Калинина – Гимназия

Прямой маршрут

Автобус 27,42,106,28,34,13,14,97 **Маршрутное такси30,73,25** **Троллейбус24**

Стоимость 22руб. **Стоимость 30руб.** **Стоимость 21 руб.**

ГимназияNo12

4. Маршрут следования ул. Танковая – Гимназия

Автобус 30

стоимость 22руб.

ост.Ун.Калининский

Автобус28,34,13,14,97

Стоимость 22руб.

Итого:44руб

Маршрутное

такси30,8,73 стоимость 30руб.

Итого: 52руб.

Троллейбус 13,24

Стоимость 21руб.

Итого:43руб.

Гимназия№12

Маршрутное такси 8

стоимость 30руб.

ост.Ун.Калининский

Автобус 28,34,13,14,97

Стоимость 22руб.

Итого:52руб

Маршрутное

такси 30,8,73 стоимость 30руб.

Итого: 60руб.

Троллейбус 13,24

Стоимость 21руб.

Итого: 51руб.

Гимназия№12

Прямой маршрут

Маршрутное такси 8

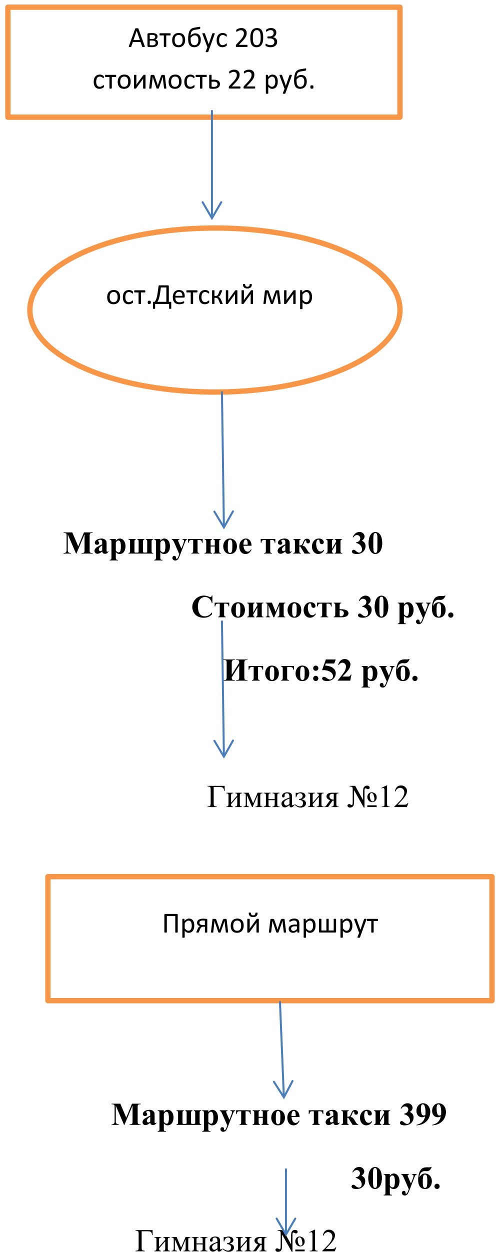
Стоимость 30руб.

Троллейбус13

Стоимость 21 руб.

Гимназия №12

Мой путь следования: с. Каменка - Гимназия №12



Рассмотрев Таблицу 1, в которой указан интервал частоты движения общественного транспорта, приходим к выводу, что добираясь различным (непрямым) транспортом в основных развязках (ост. Учительская, ост. Универмаг Калининский, ост. Площадь Калинина) учащиеся экономят время от 5 до 10 минут, тк прямой транспорт ходит с меньшей частотой, нежели различные варианты с пересадкой (Таблица 1), можно прийти к выводу, что экономия в день составит от 10 до 20 минут, в неделю при 6-тидневной учебной неделе от 60 до 120 минут, в месяц от 240 до 480 минут, за учебный год от 2100 до 4200 минут, за весь курс обучения от 23100 до 46200 минут. А это от 385 до 770 часов или от 16 до 32 дней.

Чтобы рассчитать размер экономии денежных средств, рассмотрим мой маршрут следования с. Каменка – Гимназия №12.

Минимальная стоимость проезда будет при условии следования на прямом маршруте (маршрутное такси №399), и составит 60руб. в обе стороны.

Так же по указанному маршруту, возможно доехать до Гимназии с пересадкой, в таком случае максимальная стоимость проезда составит 104 руб., при условии следования на автобусе №203 до остановки Детский мир и пересадкой на маршрутное такси №30.

При таких условиях, если ездить на прямом маршруте, экономия денежных средств за день составит 44 руб. За учебную неделю, в которой 6 учебных дней моя экономия составит 266 руб., следовательно, за месяц можно сэкономить, при условии, что в месяце 4 недели, 1056 руб., а экономия за учебный год, при тех же условиях, составит уже 9 504 руб.

Таким образом, пользуясь проездом на прямом маршруте, за весь период обучения с 1 класса по 11 класс возможно сэкономить 104 544,00руб.

В решении указанной задачи нам помог такой способ решения комбинаторных задач, как построение дерева из вариантов.

Заключение

Многие специалисты в области математики и физики считают, что именно комбинаторная задача может стать толчком в развитии всех технических наук. Достаточно лишь нестандартно подойти к решению тех или иных проблем, и тогда можно будет ответить на вопросы, которые уже несколько веков не дают покоя ученым. Некоторые из них всерьез утверждают, что комбинаторика является подспорьем для всех современных наук, особенно космонавтики. Намного проще будет высчитывать траектории полета кораблей с помощью комбинаторных задач, также они позволят определить точное нахождение тех или иных небесных светил.

Методика решения комбинаторных задач может пригодиться при необходимости составления расписаний, индивидуальных учебных планов, графиков работы, а также сложных математических вычислений, для выполнения которых не подойдут электронные устройства и многое другое.

Работая над этим проектом, я расширил свои знания о комбинаторике и областях ее применения. Приобрел практику решения комбинаторных задач. Владея элементарными знаниями в области комбинаторики, человек способен выбрать оптимальную комбинацию мероприятий, объектов, решений для реализации своих планов. Так при помощи комбинаторики мной был определен более быстрый или менее затратный путь от дома до школы.

Список литературы:

1. Андреев Е.В. «Комбинаторные задачи», Москва 2005г.

2. Виленкин Н.Я. «Комбинаторика», Москва 2006г.

3. Бродский Я.С. «Статистика. Вероятность. Комбинаторика», Москва 2008г.

4. Иванов М.А., Якубович Ю.В. «Введение в комбинаторику», Санкт-Петербург 2018г.

5. Данные, полученные в результате анкетирования учеников 7Е класса.